

## LA GAMME NATURELLE SELON ZARLINO ET HELMHOLTZ

Il est un fait avéré que tous les êtres humains sont sensibles à l'enchaînement de sons purs (exemple sifflement d'oiseaux, ou notes issues d'une flûte...) dès lors qu'ils sont harmonieux. Au contraire, la disharmonie est universellement désagréable. Les grecs avaient réfléchi à cette notion d'harmonie, mais avaient attribué un rôle trop prépondérant au rapport de fréquences 3/2, et bien sûr le rapport 2 qui est la même note une octave au-dessus. C'est la gamme de Pythagore.

Ultérieurement, le musicien italien Gioseffo Zarlino vers 1550 et plus tard le physicien allemand Hermann von Helmholtz vers 1850, ont compris que les rapports 5/4 et 4/3 étaient également très harmonieux. Et ils ont ainsi établi une gamme naturelle, scientifique, compréhensible, de notes de musique.

Refaisons leurs calculs pour mieux comprendre :

Prenons une fréquence de base à 24 Hz, un nombre qui présente l'avantage d'être divisible par 2, par 3 et par 4 pour appliquer les rapports de fréquence. Appelons cette fréquence DO.

Appliquons les rapports de fréquence, en les appelant de leur nom usuel (tierce, quarte, quinte) et donnant les noms officiels de notes. Les notes de la première octave seront en majuscule et les notes de l'octave supérieure seront en minuscules. Remarquons que la tierce (MI) se joue avec le majeur (3<sup>e</sup> doigt de la main droite en partant du pouce, la quarte (FA) le quatrième doigt, et la quinte (SOL), le cinquième doigt.

Note	Rapport	Nom du Rapport	Nom de la note
24	1	Fondamentale	DO
30	5/4	Tierce	MI
32	4/3	Quarte	FA
36	3/2	Quinte	SOL

Appliquons les mêmes coefficients à fréquence 36 Hz

Note	Rapport	Nom du Rapport	Nom de la note
36	1	Fondamentale	SOL
45	5/4	Tierce	SI
48	4/3	Quarte	DO
54	3/2	Quinte	re

Appliquons les mêmes coefficients à fréquence 32 Hz, en excluant la quarte puisque 32 n'est pas divisible par 3

Note	Rapport	Nom du Rapport	Nom de la note
32	1	Fondamentale	FA
40	5/4	Tierce	LA
48	3/2	Quinte	do

Nous obtenons donc l'étagement de notes suivantes :

DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI
24	27	30	32	36	40	45
do	re	mi	fa	sol	la	si
48	54	60	64	72	80	90

Ces fréquences sont par construction parfaitement harmonieuses, parce que les rapports naturels physiques (et pas seulement physiologiques) sont respectés. Rappelons que Helmholtz a procédé à des expériences avec de la limaille de fer posée sur une plaque, et que si l'on applique des fréquences harmonieuses à cette plaque, les grains de limaille de fer se disposent naturellement et systématiquement selon des figures géométriques. Il s'agit de résonnances du fait de coïncidences des vibrations qui s'auto-amplifient. Par exemple les vibrations à 32Hz et 24Hz, il y a une première coïncidence au bout de 1/8 de seconde avec 3 vibrations à 24Hz et 4 vibrations à 32Hz, et cela se reproduit tous les 1/8 de seconde. Il y a donc création naturelle d'une pseudo note de musique à 8 Hertz.

Le système auditif est donc fondamentalement équipé pour saisir ces rapports harmonieux de fréquences, et c'est pour cela que nous y sommes sensibles.

Mais le cerveau a aussi son rôle à jouer par la reconnaissance d'enchaînements de notes.

## La mélodie : un enchaînement particulier de notes

Il est normal qu'une mélodie, qui est un enchaînement particulier de fréquences harmonieuses entre elles, soit intrinsèquement harmonieuse. Exemple :

Phrase Musicale	Phrase de la chanson
do-do-re-re-do-do---	Que c'est triste Venise
SI-SI-do-do-SI-SI---	Au temps des amours mortes
LA-LA-SI-SI-LA-LA----	Que c'est triste Venise
LA-SI-do-SI-LA-SI----	Quand on ne s'aime plus

Attention une mélodie particulière doit commencer sur une note particulière de la gamme, sinon ce n'est plus la même mélodie.

Ceci s'explique par des irrégularités naturelles de l'étagement des fréquences au sein de la gamme.

Les transitions MI-FA et SI-do sont plus resserrées que les autres transitions FA-SOL, SI-LA, etc.... Ces 2 transitions seront appelées des demi-tons, tandis que les autres sont appelées des tons (égaux à 2 demi-tons).

Remarquons également que ces demi-tons ne sont pas disposés régulièrement dans la gamme : le demi-ton MI-FA est placé après seulement deux tons (DO-RE et RE-MI), alors que le demi-ton SI-do est placé après trois tons (FA-SOL, SOL-LA, LA-SI).

Cette double irrégularité explique :

- a) La nécessité de commencer une mélodie particulière sur une note particulière de la gamme
- b) l'immense variété des enchaînements possibles de notes, même sur une courte phrase musicale (2,56 milliards, soit 15 multiplié 8 fois par lui-même) de mélodies possibles sur une phrase musicale de 8 notes choisies au hasard parmi les 15 notes naturelles de DO à si + 1 silence).

Plus généralement **tout enchaînement particulier** (on pourrait dire, quelconque, quasi aléatoire) de notes de la gamme naturelle produit une **mélodie acceptable**. Exemple mi-fa-sol---fa-mi-la-sol-fa-mi-fa--- C'est un peu normal puisque toutes les notes sont reliées entre elles par des rapports simples et harmonieux de fréquences.

## Existence de notes intermédiaires

L'existence de transitions de un ton comme DO-RE, cohabitant avec des demi-tons comme MI-FA, pose la question de la nécessaire existence de notes intermédiaires (DO# entre DO et RE).

On obtient les fréquences de notes intermédiaires, en appliquant les mêmes calculs que précédemment et en remarquant par exemple que do# est la tierce de LA , ...

Note de départ	Fréquence	Rapport de Tierce	Fréquence	Note
LA	40	5/4	50	do#
SI	45	5/4	56.25	re#
re	54	5/4	67.50	fa#
mi	60	5/4	75	sol#
fa#	67.50	5/4	84.375	la#

Avec ces notes intermédiaires, on peut avoir la même mélodie transposée. Exemple avec une mélodie sur 3 notes séparées de 1 ton.

DO-RE-MI-DO devient RE-MI-FA#-RE en la transposant de 1 ton, ce qui n'est possible qu'avec les notes intermédiaires.

## Fréquences audibles et usuelles.

Nos calculs ont été faits avec des fréquences basses pour montrer les rapports entre les nombres. Ces fréquences sont peu audibles. On remarque qu'en multipliant simplement par 11, on retombe sur un LA à 440 Hz qui est un standard musical.

Nous obtenons donc l'étagement de notes suivantes pour la gamme naturelle :

DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI
264	297	330	352	396	440	495
do	re	mi	fa	sol	la	si
528	594	660	704	792	880	990

Et pour les notes intermédiaires :

DO#	RE#	FA#	SOL#	LA#
275	309.375	371.25	412.50	464.063
do#	re#	fa#	sol#	la#
550	618.75	742.50	825	928.125

## Problèmes lors de la transposition de mélodie en gamme naturelle :

On aboutit au tableau des fréquences naturelles en incluant les notes intermédiaires.

DO	DO#	RE	RE#	MI	FA	FA#	SOL	SOL#	LA	LA#	SI
264	275	297	309.375	330	352	371.25	396	412.50	440	464.063	495
do	do#	re	re#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si
528	550	594	618.75	660	704	742.50	792	825	880	928.125	990

Ce tableau montre des distorsions, c'est à dire que les enchaînements de demi-tons ne sont pas réguliers. Exemple : alors que l'enchaînement MI-FA est un coefficient 1.06666, l'enchaînement FA-FA# est un coefficient de 1.055. La transposition des mélodies s'en ressent.

C'est pourquoi, les instruments tels que les claviers électroniques sont réglés selon une autre méthode dite de « **gamme tempérée** » qui privilégie l'étagement régulier entre chaque note c'est à dire un coefficient constant entre chacune des notes du tableau ci-dessus des 12 demi-tons (ces étagements n'étant pas constants dans la gamme naturelle). Dans la gamme tempérée chaque note est obtenue à partir de la précédente par un coefficient tel que en multipliant 12 fois par ce coefficient on monte de 1 octave. Ce coefficient est donc la racine 12<sup>e</sup> de 2. Ce qui, pour le coup est totalement artificiel et pas naturel du tout. Mais l'oreille humaine et le cerveau reconstituent, malgré ces écarts de fréquence avec la gamme naturelle ( inférieurs à 3% ), une belle harmonie musicale. Ce coefficient entre 2 demi-tons consécutifs est de 1.05946

Avec toutefois, selon les spécialistes, et selon bien entendu les défenseurs de la gamme naturelle à commencer par Zarlino et Helmholtz, un **moindre bien-être lors de l'écoute d'un morceau, et surtout d'une œuvre polyphonique, avec la gamme tempérée qu'avec la gamme naturelle.** Il est vrai que les écarts de fréquences peuvent atteindre 3%

Le tableau officiel des fréquences calculé selon la méthode de la gamme tempérée est :

DO	DO#	RE	RE#	MI	FA	FA#	SOL	SOL#	LA	LA#	SI
261.63	277.18	293.66	311.13	329.63	349.23	369.99	392.00	415.3	440	466.16	493.88
do	do#	re	re#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si
523.25	554.37	587.33	622.25	659.26	698.46	739.99	783.99	830.61	880	932.33	987.77

A comparer aux notes naturelles :

DO	DO#	RE	RE#	MI	FA	FA#	SOL	SOL#	LA	LA#	SI
264	275	297	309.375	330	352	371.25	396	412.50	440	464.06	495
do	do#	re	re#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si
528	550	594	618.75	660	704	742.50	792	825	880	928.125	990

Un groupe vocal ou un groupe de violonistes peuvent chanter ou jouer selon la gamme naturelle, et provoquer au niveau des auditeurs **une sensation de perfection** que l'on n'a pas avec un instrument accordé en gamme tempérée.

De même si on accorde une guitare en produisant un accord parfait, à l'oreille, de MI Majeur par exemple, la guitare sonnera presque faux dans beaucoup d'autres accords. Il vaut mieux que ce soit un peu moins juste en MI majeur, au moins cela sera moins un peu moins faux dans les autres accords.

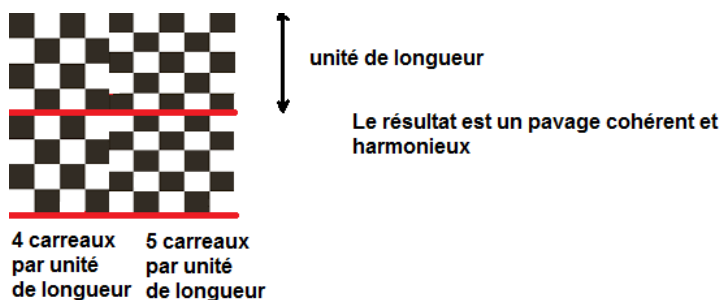
Comme on le voit la gamme naturelle présente l'avantage de la perfection auditive, mais l'inconvénient de la difficulté à transposer les mélodies.

Pour ma part, la gamme naturelle est surtout explicative. Pourquoi l'être humain est-il si réceptif aux mélodies, aux harmonies, et pourquoi est-il capable de mémoriser les mélodies ? J'espère l'avoir démontré dans ce document.

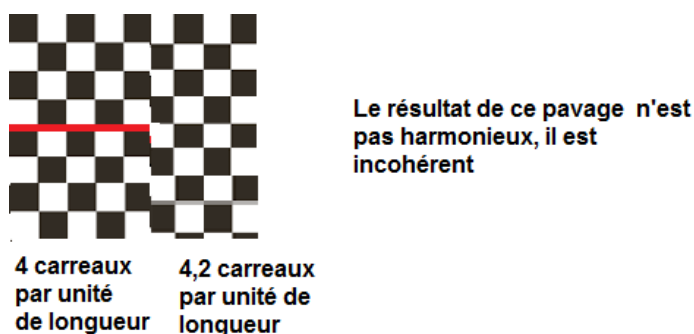
On peut comparer l'harmonie auditive des notes de la gamme musicale naturelle avec l'harmonie visuelle d'un pavage composé de 2 sortes de carreaux. Le résultat est harmonieux ou pas selon qu'il existe un rapport simple entre les deux dimensions de carreaux, ou pas de rapport simple.

Démonstration ci-dessous :

1) pavage cohérent



2) pavage non harmonieux



On peut tirer de cette comparaison, l'image selon laquelle les notes de musique constituent un « pavage » du temps, le résultat pouvant être harmonieux ou pas selon les rapports de fréquences.

Il en résulte que les questionnements de certains chercheurs sur l'existence du temps sont des élucubrations sans fondement, détruites par un simple raisonnement sur la nature de la musique.